

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2021-22

PROFESOR: Daniel Macías Castillo

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 1

1.- TEMA: **Cuerpos p-ádicos**

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: Se trata de un trabajo de tipo genérico, con contenido flexible.

Sea p un primo. De manera natural se define un “valor absoluto p -ádico” en $\mathbf{Q}$. En analogía a la construcción de los reales como completación de $\mathbf{Q}$, se construye un cuerpo $\mathbf{Q}_p$ como completación p -ádica de $\mathbf{Q}$. Un “cuerpo p -ádico” es $\mathbf{Q}_p$ o sus extensiones finitas, y son muy útiles en el estudio de diversas familias de ecuaciones diofánticas.

Tras entender esta construcción, una posible dirección sería demostrar el principio local-global para ecuaciones cuadráticas, y aplicarlo a resolver ejemplos concretos.

Otra posible dirección sería estudiar Curvas Elípticas, definidas por ecuaciones diofánticas cúbicas. El conjunto de puntos racionales de una curva elíptica tiene estructura de grupo abeliano, pero determinarlo es un problema complicado. Sin embargo, estudiando los puntos sobre cuerpos p -ádicos $\mathbf{Q}_p$ y finitos $\mathbf{F}_p$, se puede obtener informaciones interesantes sobre este grupo.

Otra dirección sería aprender los fundamentos del Análisis p -ádico, con sus resultados sorprendentes. Esta teoría se podría aplicar de forma sencilla a demostrar una de las célebres Conjeturas de Weil, u otros problemas.

Finalmente, una dirección especialmente ambiciosa sería estudiar la Cohomología de Galois de cuerpos p -ádicos y la Teoría de Cuerpos de Clase Local.

Requisitos: Es recomendable haber cursado Teoría de Galois. Ninguna de cuarto es necesaria, pero se complementa bien con Teoría Algebraica de Números.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Teoría Algebraica de Números, Álgebra Conmutativa.

Bibliografía/referencias: PRINCIPAL: J.W.S. Cassels, *Local Fields*, LMS 3, 1986.

COMPLEMENTARIAS:

- J.W.S. Cassels, *Lectures on Elliptic Curves*, LMS 24, 1991.

- F.Q. Gouvea, *p-adic Numbers: An Introduction*, 2nd Ed., Springer, 1997.

- N. Koblitz, *p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta Functions*, 2nd Ed., Springer, 1984.

- J.P. Serre, *Local Fields*, Springer, 1979.